

## TSP 問題に対する蟻コロニー最適化の改善と性能評価

G2121043      ロウテイテイ

## 1. はじめに

組合せ最適化問題は、経済、機械工学、電気工学など非常に多岐にわたる分野で直面する問題である。しかし、この最適化問題は問題の規模が大きくなると解の組合せの数が膨大になり、計算量が増大することが多く、良い解を見つけることは非常に困難であった。近年のコンピューターの能力の向上により、その状況が変化してきている。種々の工夫を施したアルゴリズムを適用することで、非常に精度の良い解を求めることが可能になってきた。そのアルゴリズムの中でも近年広く使われるようになったのが、メタヒューリスティクスと呼ばれる手法である[1]。

巡回セールスマン問題[2]は、新しい組合せ最適化アルゴリズムをテストするための標準的な問題である。都市数が少ないとき、厳密解を求めることが可能である。しかし、都市数が増えると、巡回路の総数は指数関数的に増加していくため、厳密な解法では計算コストが膨大となり、実用的な時間で解くことが困難となる。そこでメタヒューリスティクスなど、厳密に最適解を求めることを諦める代わりに、短い時間で質の良い解を出す手法が研究されている。

メタヒューリスティクスには様々な種類が存在するが、共通する点としてランダム性や汎用性があり、現実世界の現象をモデル化しているアルゴリズムが多い。近年、群知能をモデル化したメタヒューリスティクスが活発に研究されており、その中のひとつとして蟻コロニー最適化(Ant Colony Optimization, ACO)がある[3]。蟻コロニー最適化は、Marco Dorigo が 1992 年の博士論文で提案したアルゴリズムであり、グラフを使ってよい経路を探すことで単純化できるような計算問題の確率的解法である。これは自然界のアリがコロニーから食物までの経路を見つける際の挙動からヒントを得たものである。遺伝的アルゴリズムや焼きなまし法などの他の手法に比べ、精度の良い解を求めることができるということで近年注目されている。また、蟻コロニー最適化解法のうち、初期に提案されたモデルの多くは、大規模な問題に適用した場合、望ましくない局所解にトラップされる傾向があった。近年、そのようなトラップを避け、より効率的な探索を行うため

の様々な改良法が提案されている。その中で、もっとも求解能力が高いとされているモデルが MAX-MIN Ant System (MMAS) [4]であり、これに関連する研究が盛んに行われている。しかし、蟻コロニー最適化では探索初期のフェロモンが不足しているため、フェロモンの蓄積が長く、計算時間が遅い。

そのため、本研究では、性能の向上を目的に蟻コロニー最適化の中でも代表的なアルゴリズムである MMAS と遺伝的アルゴリズム(GA)を組み合わせる手法を提案する。そして、蟻コロニー最適化アルゴリズムの性能評価として、よく用いられる巡回セールスマン問題による提案手法と MMAS の比較検証を行う。

## 2. 関連研究

## 2.1 巡回セールスマン問題[2]

巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem, TSP)はオペレーションズ・リサーチと理論的なコンピュータサイエンス分野において盛んに研究されている組合せ最適化問題であり、NP 困難な問題としてよく知られている。巡回セールスマン問題は、 $n$ 個の都市の集合  $V = \{1, \dots, n\}$  と、都市  $i$  と都市  $j$  の間の距離  $d_{ij}$  が与えられる。そして任意の都市から巡回を開始し、すべての都市を一度ずつ訪問し、最初の都市に戻る巡回路の距離が最も短いものを求める問題である。

最初に提案された蟻コロニー最適化である Dorigo らの Ant System が巡回セールスマン問題を対象に考案されたものであるため、多くの改良型蟻コロニー最適化アルゴリズムの基本形が巡回セールスマン問題に準拠したものとなっており、MMAS もその一つである。

## 2.2 蟻コロニー最適化アルゴリズム[3]

蟻コロニー最適化アルゴリズム (ACO) は、アリの採餌行動を元に 1992 年に Marco Dorigo によって作製されたアルゴリズムである。アリは、以下の 2 つの規則に従って大域的な解を探索する。

- 餌を探している間フェロモンという揮発性のある物質を通った道筋に残していく。
- アリはフェロモンの濃度が濃い道筋を選択しやすい。

蟻コロニー最適化アルゴリズムの特徴はヒューリスティッ

ク値」と呼ばれる探索領域への静的な評価値と、“フェロモン”と呼ばれる探索領域への動的な評価値を組み合わせた探索にある。探索エージェントがこれらの値を基に解候補を生成し、また、生成した解候補の質に応じてフェロモンを変化させる。フェロモンはいわば過去の探索情報の蓄積であり、このフェロモンのコントロールが蟻コロニー最適化アルゴリズムの探索性能に大きく関わっている。

フェロモンは時間と共に蒸発していく、それに対して経路が短いと行進がより進むことでフェロモンが補強される。最短経路に近いほどフェロモンは蒸発するよりも早く補強されるため濃度の濃い経路が形成される。そのため、フェロモンの濃度は次式で定義される。

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (1)$$

ここで、 $\tau_{ij}$  は都市  $i$  から都市  $j$  までの道筋に残るフェロモン、 $\rho$  はフェロモンの蒸発率、 $N$  は探索を行うアリの数を表している。フェロモンの更新式  $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  は次式で計算する。

$$\Delta\tau_{ij}^k = \frac{Q}{C^k} \quad (2)$$

ここで、 $C^k$  はアリ  $k$  が通った巡回パスの長さの合計である。そのため、巡回パスの長さが短ければ短いほど多くのフェロモンが分泌される。 $Q$  は正の定数で、ユーザが決めるパラメータである。そして、アリ  $k$  のパス選択確率式  $p_{ij}^k(t)$  は次式で計算する。

$$p_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{t \in D_i} [\tau_{i,t}(t)]^\alpha [\eta_{i,t}]^\beta} \quad (3)$$

ここで、 $\eta_{ij}$  は都市  $i$  から  $j$  へのヒューリスティックな情報である。 $\alpha$ 、 $\beta$  はフェロモン、ヒューリスティックをどれくらい重視するかのパラメータで人間がプログラム上で設定する。この  $\alpha$ 、 $\beta$  の設定によって、フェロモンを重視した探索をするか、もしくは辺の長さを重視して短い辺を強く選んでいくかを、ユーザが決めることができる。

Dorigo らにより提案されたこの方法は、Ant System (AS) と呼ばれる。AS は、大規模な問題に対しては、他のメタヒューリスティック解法に比べ、低い求解能力しかもたないことが報告されており、そのため、その欠点を改良する様々な方法が提案されている。次節では、そのうち代表的な改良法である MMAS を紹介する。

## 2.3 MAX-MIN Ant System (MMAS) [4]

Stutzle らにより提案された MAX-MIN Ant System (MMAS) は、望ましくない局所解にトラップされないようにフェロモン値を更新する方法である。MMAS では、それまでの反復で得られた中での最良解、もしくは各反復での最良解だけを用いてフェロモンを更新する。また、フェロモン値の上下限を制限している。フェロモン更新で得られたフェロモン値がこの上下限値を越え出た場合、上限もしくは下限値に置き換えられる。さらに、MMAS の開始時、初期フェロモン値は上限値にセットされ、もし局所解にトラップされたと判断されたときも、すべてのフェロモン値は上限値に置き換えられ、再スタートされる。また、フェロモンの蒸発率  $\rho$  としては 0 に近い小さな値が用いられる。

このフェロモンの上下制限や、スタートおよび再スタート時での上限値の使用により、MMAS では各路上のフェロモン値の差が減少し、初期反復において一部のフェロモン値が強調されることが避けられる。そのため、望ましくない局所解へのトラップを減らすことができる。この方法は他の多くの方法に比べ、求解能力が優れていることが報告されている。

## 2.4 遺伝的アルゴリズム[5]

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) は、1975 年にミシガン大学の John Holland によって提案された近似解を探索するメタヒューリスティックアルゴリズムである。これは、自然界における生物進化のモデル、すなわち世代を形成している個体の集合(個体群)の中で、環境への適応度の高い個体が次世代により多く生き残る選択 (Selection)、また交叉 (Crossover) および突然変異 (Mutation) を起こしながらつぎの世代を形成していく過程を用いた最適化法である。

巡回セールスマン問題に対して、選択・淘汰には、巡回経路の短いものをから順に選択するというエリート選択や、巡回経路の短いものをスケールリングして確率的に選択するというルーレット選択が多い。経路の表現方法(コーディング)を順列コーディングにして、交叉には2つの染色体をランダムな1箇所切断して交換するという1点交叉 (Single Point Crossover)を行う。突然変異にはランダムな位置の遺伝子を別の遺伝子に置き換える。

以上のことより、本研究では巡回セールスマン問題に対して、蟻コロニー最適化アルゴリズムである MMAS と遺伝的アルゴリズムを組み合わせることで、蟻コロニー最適化の性能の向上を目指している。

### 3. 本研究の概要

遺伝的アルゴリズムは高速なグローバル検索機能を備えているが、システム内のフィードバック情報を利用していないため、解が特定の範囲に達すると、多くの冗長な反復が実行されることが多く、正確な解を得る効率が低くなる。一方、蟻コロニー最適化は、フェロモンの蓄積と更新を通じて最適な経路に収束する正のフィードバックの機能を備えているが、探索初期のフェロモンが不足しているため、探索初期でのフェロモンの蓄積時間が長くなり、計算時間が遅い。これら2つのアルゴリズムのそれぞれの欠点を克服し、補完的な利点を形成するために、まず、遺伝的アルゴリズムのランダム検索、高速かつグローバルな収束を利用して、TSP 問題の初期解を生成し、それを初期フェロモンに変換する。そして、蟻コロニー最適化の並行性、正のフィードバックメカニズム、および高い解決効率により、最適解を求める。遺伝的アルゴリズムの実行プロセス中に、蟻コロニー最適化を実行するタイミングを動的に決定し、遺伝的アルゴリズムの早期終了または後期終了によるアルゴリズムの全体的なパフォーマンスへの影響を回避する。このように結合されたアルゴリズムは、最適化探索において蟻コロニー最適化と遺伝的アルゴリズムのそれぞれの利点を発揮するだけでなく、探索が特定の段階に達すると、最適解を得る効率が低くなるという遺伝的アルゴリズムの欠点、および探索初期のフェロモンが不足しているという蟻コロニー最適化の欠点を克服できる。これは計算効率と解決効率の両方が優れたアルゴリズムである。

この提案手法の遺伝的アルゴリズムでは、個体が巡回セールスマン問題の解候補となる巡回路である。各遺伝子は1バイトで構成され、訪れる都市の番号(1以上の整数)をその値として持つ。訪れる順番に都市番号が遺伝子に付与されている。個体の適応度は巡回路の経路長を示す。適応度(総距離)を最小化したいため、評価値が低い個体が優秀な個体である。親の選択ではルーレット選択を使用し、適応度からルーレット確率に基づいて選択する。また、エリート戦略を使用し、適

合度の最も低い個体を必ずしも選択する。遺伝子の交叉には2つの染色体をランダムな1箇所での切断して交換するという1点交叉を使用し、突然変異にはランダムな位置の遺伝子を別の遺伝子に置き換える方法を使用する。

この提案手法の蟻コロニー最適化では、MAX-MIN Ant System (MMAS)を使用する。これは、早期停滞の防ぎとアルゴリズムの有効性の点で、従来のAnt System (AS)よりも大幅に改善されている。MMAS では初期フェロモン値が上限値  $\tau_{max}$  に設定されているが、提案手法では遺伝的アルゴリズムによって一定のフェロモン値を得たので、初期フェロモン値を以下のように設定する。

$$\tau_s = \tau_c + \tau_G \quad (4)$$

ここで、 $\tau_c$  は  $\tau_{min}$  に相当する。 $\tau_G$  は遺伝的アルゴリズムによって得たフェロモン値である。

そして、蟻コロニー最適化を実行するタイミングについて検討する。遺伝的アルゴリズムと蟻コロニー最適化の研究と実験を通じて、速度と時間のグラフを以下のように示す。

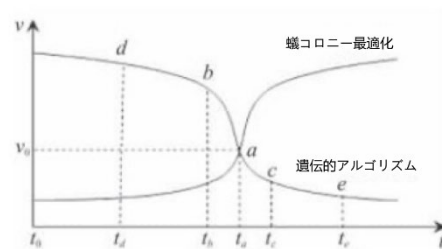


図1 ACO と GA の速度時間のグラフ

図によると、遺伝的アルゴリズムでは探索初期( $t_0 \sim t_a$ )の収束速度が速いが、 $t_a$ 以降、最適解を見つける効率が大幅に低下する。一方、蟻コロニー最適化では探索初期( $t_0 \sim t_a$ )のフェロモンが不足しているため、探索が非常に遅い。しかし、フェロモンが一定の強度まで蓄積すると( $t_a$ 以降)、最適解への収束速度が急激に速くなる。したがって、この提案手法では、 $t_a$ までに遺伝的アルゴリズムを使用して初期フェロモンを生成する。 $t_a$ 以降は蟻コロニー最適化を使用して最適解を見つける。具体的には、遺伝的アルゴリズムの中で最小反復回数(時刻  $t_b$  など)と最大反復回数(時刻  $t_c$  など)を設定し、子集団の最小進化率を設定する。設定された反復回数内で、子集団の進化率が連続で最小進化率よりも低い場合、遺伝的アルゴリズムの最適化速度がこの時点ですでに非常に遅いことを意味している。したがって、遺伝的アルゴリズムプロセスを終了し、蟻コロニー最適化に入ることができる。

#### 4. 数値実験

提案手法と従来のACOに対して、巡回セールスマン問題を適用し、その解の平均値を比較する。最初に蟻コロニー最適化のパラメータの最適な構成を考察してから、それを提案手法に応用する。その後、提案手法と従来のACOを比較する。実験で使用されるデータは、TSPベンチマーク問題(TSPLIB)のeil51である。各シミュレーションは20回行い、その平均値を比較する。

蟻コロニー最適化の $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\rho$ 、 $N$ などの重要なパラメータは、アルゴリズムの性能に大きな影響を与える。パラメータの最適な構成を探索することは、アルゴリズムの性能の向上に役立つ。本実験では、1つのパラメータを変更し、他のパラメータを変更せずに、パラメータ設定がアルゴリズムの効率に与える影響を調査する。実験結果を表1～表3に示す。また、比較実験のために、従来のACOを実装して実験を行い、実験結果を表4と図2に示す。

表1  $\alpha$  と  $\beta$  がACOの性能に与える影響 (eil51)

| $\alpha$ | $\beta$ | 最短距離  | 反復回数 |
|----------|---------|-------|------|
| 0.1      | 1.0     | 443.6 | 95   |
| 0.2      | 2.0     | 439.4 | 81   |
| 0.3      | 3.0     | 442.3 | 64   |
| 1.0      | 4.0     | 450.6 | 49   |
| 5.0      | 8.0     | 457.0 | 20   |

$\alpha$  と  $\beta$  の値の範囲を適切に選択する。このとき、パラメータの組み合わせが異なっても（例えば、この実験のeil51問題では、 $\alpha$ は0.2～0.5、 $\beta$ は約2）、蟻コロニー最適化は良い解を見つけることが可能で、反復が少なく（つまり、収束が速い）、性能は非常に近い。

表2  $\rho$  がACOの性能に与える影響 (eil51)

| $\rho$ | 最短距離  | 反復回数 |
|--------|-------|------|
| 0.3    | 461.8 | 61   |
| 0.5    | 446.0 | 103  |
| 0.7    | 442.7 | 141  |
| 0.8    | 439.9 | 265  |
| 0.9    | 456.8 | 567  |

$\rho$  が小さい場合、情報の正のフィードバックは比較的強く、探索のランダム性は弱くなる。そのため、アルゴリズムはより速く収束するが、局所最適に陥りやすい。 $\rho$  が大きい場合、探索のランダム性が強くなり、アルゴリズムの収束速度は遅

くなる。この問題では、 $\rho$ は0.5～0.8の範囲にあるとき、アルゴリズムの性能は比較的良く、グローバル探索と収束速度も比較的良好であることがわかる。

表3  $N$ がACOの性能に与える影響 (eil51)

| アリの数 $N$ | 最短距離  | 反復回数 |
|----------|-------|------|
| 10       | 466.5 | 28   |
| 20       | 439.0 | 43   |
| 25       | 439.5 | 45   |
| 30       | 438.9 | 86   |
| 35       | 437.4 | 136  |
| 40       | 437.0 | 236  |
| 50       | 435.7 | 549  |

アリの数  $N$  は、蟻コロニー最適化の探索反復回数（収束性能）に直線的な影響を与えることがわかる。アリの数が多い場合（問題の規模に近い場合など）、探索の安定性とグローバル性は向上するが、アルゴリズムの収束速度は遅くなる。この問題の規模は51であり、 $N$ は20～25の範囲にあるとき、アルゴリズムの性能は比較的安定している。したがって、本研究では、提案手法でのアリの数の選択は、 $N = \sqrt{n} \sim \frac{n}{2}$ の間であることが考えられる。

表4 提案手法と従来のACOの比較実験 (eil51)

| アルゴリズム | ACO   | 提案手法  |
|--------|-------|-------|
| 最良解    | 439.5 | 431.0 |
| 計算時間   | 25.3  | 14.7  |

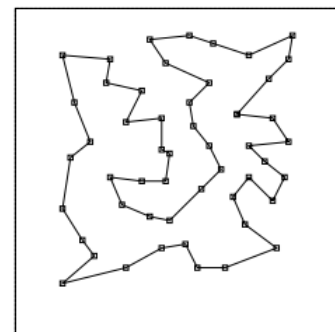


図2 提案手法の実行結果 (eil51)

比較実験の結果、表4から見ると、提案手法の方が従来のACOよりも最良解の平均値が良く、計算時間が短くなっていることが分かる。これは、eil51に対して、最も良いパラメータを設定した都市数に合わせて、パラメータを変える必要があると考えられる。

### 5. 進捗状況

- ei151 に対して、数値実験を行い、蟻コロニー最適化のパラメータの最適な構成を考察した。
- 提案手法をプログラミングし、考察で得たパラメータを提案手法に応用した。
- 提案手法のプログラムを実行し、ei151 に対して、従来のACO よりも効率的に良質な解を求めることができることを検証した。

今後の予定として、

- プログラムの改善を行い、プログラムの実行時間をさらに短縮することを期待している。
- 巡回セールスマン問題に対して、規模が百変数程度の問題や、千変数程度の問題に適用させたいと思っている。
- また、パラメータの設定がアルゴリズムの性能に大きな影響を与えるため、異なる問題に対して、あらためてパラメータを考察する。

表5 今後の研究スケジュール

|           | 8月 | 9月 | 10月 | 11月 | 12月 | 1月 | 2月 |
|-----------|----|----|-----|-----|-----|----|----|
| 実験用データの選定 |    |    |     |     |     |    |    |
| パラメータの考察  |    |    |     |     |     |    |    |
| 数値実験と評価   |    |    |     |     |     |    |    |
| プログラムの改善  |    |    |     |     |     |    |    |
| 学外発表      |    |    |     |     |     |    |    |
| 論文執筆      |    |    |     |     |     |    |    |

### 6. おわりに

本稿では、蟻コロニー最適化と遺伝的アルゴリズムのそれぞれの利点と欠点を紹介し、蟻コロニー最適化の性能の向上を目的にして、遺伝的アルゴリズムの利点を利用し、蟻コロニー最適化の中でも代表的なアルゴリズムである MMAS と遺伝的アルゴリズムを組み合わせる手法を提案する。その結果、蟻コロニー最適化と遺伝的アルゴリズムのそれぞれの欠点を克服し、補完的な利点を形成した。そして、この提案手法の性能評価として、巡回セールスマン問題という代表的な組合せ

最適化問題の解を求める。さらに、提案手法と従来のACO の比較実験を行う。数値実験を行った結果では、よく研究されている巡回セールスマン問題に対して、TSP ベンチマーク問題のei151 では、提案手法の方が従来のACO よりも最良解の平均値が良く、計算時間が短くなっていることが分かる。したがって、提案手法を巡回セールスマン問題のベンチマーク問題に適用し、数値実験により提案手法がMMAS を含めた従来法に比べ、効率的に良質な解を求めることができることを検証した。ただし、蟻コロニー最適化はパラメータの選択によって大きな自由度を持つため、パラメータの選択などまだ考察の余地が多分にある。今後の課題としては、プログラムの改善に取り組むことを考えている。また、今回の数値実験では、TSP ベンチマーク問題のei151 しか適用されていない。今後は他のベンチマーク問題に適用してみると考えている。規模が百変数程度の問題や、千変数程度の問題にチャレンジしたいと思う。最終的に、異なる規模の巡回セールスマン問題に対して、提案手法が従来の手法よりも、アルゴリズムの実行速度と求めた最良解が優れていることを期待している。

### 参考文献

- [1] Colin R. Reeves, Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, McGRAW-HILL BOOK, New York, 1993.
- [2] M. Dorigo and L. M. Gambardella, "Ant Colonies for the Traveling Salesman Problem", Bio Systems, vol.43, pp.73-81, 1997.
- [3] M. Dorigo and T. Stutzle, Ant Colony Optimization, Bradford Books, London, 2004.
- [4] Stutzle, T. and Hoos, H. H.: MAX-MIN Ant System, Future Generation Computer System, Vol. 16, No. 8, pp. 889-914 (2000).
- [5] L. Homaiifar, C. Guan, and G. Liepins, "A New Approach to the Traveling Salesman Problem by Genetic Algorithms," Proc. 5th Int. Conf. On Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, pp.460-466, 1993.